

# DISPOSITIVOS BASADOS EN EL EFECTO HALL

Por FERNANDO SAEZ VACAS

## P A R T E I

**RESUMEN.**—Se presenta aquí un elemento pasivo, de reciente desarrollo, el generador Hall. Este elemento de pequeñísimo tamaño, se basa en un efecto descubierto en 1789 por Hall.

En primer lugar, se estudia el efecto, que tiene lugar en los metales, en los semiconductores e incluso en los gases ionizados. El coeficiente de Hall  $R_h$  o bien la sensibilidad  $K_h$  representan en cierto modo la capacidad de funcionamiento del generador, y por esto resulta muy interesante profundizar un poco en ello y ver qué factores influyen sobre los valores de aquellos parámetros.

Se citan algunas de las muchas propiedades de aplicación del elemento.

Para terminar esta primera parte, dedicada al efecto en los semiconductores, presentamos un circuito equivalente, cuyo margen de validez vendrá en cada caso determinado por los valores máximos establecidos por el fabricante.

Por último, se expone el principio del multiplicador, y sobre un multiplicador comercial se tratan de explicar algunos resultados del mismo que parecen pobres, dada la posibilidad teórica de la cápsula en sí. Aunque comprendemos que gran parte de los inconvenientes provienen de los mismos circuitos, como no conocemos éstos, nos ceñimos más bien a los errores que provienen de la propia cápsula. Parece más honrado y quizá añadir algo de luz sobre el conocimiento del elemento considerado.

### Efecto Hall

Supóngase un bloque de cristal semiconductor de forma paralelepípedica y aplicado en él un campo magnético transversal a la dirección de una corriente de portadores, de cualquier clase que éstos sean, en el interior de dicho cristal. Por las leyes de electromagnetismo se origina una fuerza que tiende a desplazar a los portadores perpendicularmente al plano formado por el campo magnético y la corriente. Se crea así una situación inestable, en la que el desplazamiento de las cargas da lugar a un gradiente de potencial o campo eléctrico, que tiende a oponerse al mismo. Se llega al equilibrio cuando la fuerza eléctrica iguala a la fuerza magnética sobre la corriente.

En el caso de un flujo de electrones en el vacío, la ecuación de equilibrio se obtendría muy fácilmente:

$$\left. \begin{aligned} F_e &= ne \cdot E_y \\ F_m &= B_z \cdot n \cdot e \cdot v_x \end{aligned} \right\} F_e = F_m; E_y = B_z \cdot v_x; v_x = \frac{E_y}{B_z} \quad [1]$$

Para un semiconductor es algo más complejo. Se trata de un movimiento aleatorio de portadores y sólo puede hablarse de efectos medios, de velocidades medias. No obstante, lo mismo si se considera un metal, por

donde los electrones se mueven con toda libertad, como si se considera un semiconductor de cualquier tipo, el

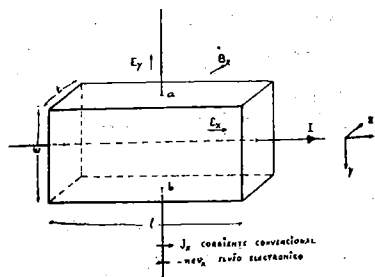


Fig. 1.—Efecto Hall en un semiconductor tipo n.

resultado cualitativo es idéntico: entre las caras  $a$  y  $b$  se manifiesta una diferencia de potencial, que se puede calcular y medir. Este es el efecto Hall y ésta es la llamada tensión de Hall,  $V_h$ .

El coeficiente o constante de Hall se define como la relación del campo eléctrico producido por unidad de densidad de corriente al campo magnético.

En el caso de un metal,

$$R_m = \frac{E_y/B_z}{I_x} = \frac{v_x}{-nev_x} = -\frac{1}{ne} \quad [2]$$

Para semiconductores [1]:

$$R_n = -\frac{1,18}{ne} \quad (\text{tipo } n); R_p = \frac{1,18}{pe} \quad (\text{tipo } p) \quad [3] \quad [4]$$

Habitualmente se designa  $R_h$  y se mide en  $m^2$  culombio<sup>-1</sup>.

De Ec. [2] podemos despejar  $E_y$ :

$$E_y = \frac{V_h}{\omega} = R_h \frac{I}{\omega \cdot t} B_z; V_h = R_h \cdot \frac{I}{t} \cdot B_z = K_{\phi} \cdot I \cdot B_z \quad [5]$$

En general, se podría poner:

$$V_h = I/t \cdot B \sin A$$

donde  $A$  es el ángulo formado por la corriente y la inducción magnética [2].

Esta fórmula es válida solamente para una pastilla o cápsula de longitud infinita, pero se ha comprobado que sigue cumpliéndose para relaciones de longitud/anchura de 2,5 en adelante [2].

### SEPARATA I

En la tabla I, extraída de referencia [12], pueden verse no sólo las dimensiones que dan idea de lo reducido de estos elementos, sino también, lo que es más importante, las magnitudes eléctricas y magnéticas o márgenes posibles de utilización.

TABLA I

TIPO	$I_{cn}$ [mA]	$B_n$ [KG]	$V_{hn}$ [mV]	$K_h$ [V/A·KG]	$R_{10}$ [ $\Omega$ ]	$R_{20}$ [ $\Omega$ ]	$t$ [mm]	$l$ [mm]	$\omega$ [mm]
FA 22e	150	10	95	0,063	1,9	1,1	0,8	100	3
SA 23	250	10	200	0,08	1,9	2	1,2	14 $\emptyset$	—
FC 33	100	10	145	0,145	5	3,5	1,5	15	8
SV 120	30	10	1,5 $\pm$ 35%	5 $\pm$ 35% B $\rightarrow$ O	140	80	0,5	17	9
SBV 539 (FERRITA)	50	—	150	—	50	25	6,5	7	10

Los Subíndices n significan valor nominal, o valor para el cual se han medido los Parámetros.

FERNANDO SAEZ VACAS

(4.º Curso E. T. S. I. T.)



Nació en Palazuelos de Eresma (Segovia) el 21 de enero de 1939. Ingresó en la E.T.S. de I. de Telecomunicación en 1960. Ha efectuado diversos trabajos en el Laboratorio de Electrónica de la Escuela y estancia de verano en 1963 en CENG (Francia), especializándose en Semiconductores. Es miembro de la Asociación Hispano-Francesa de Cooperación Técnica y Científica, y del SFER.

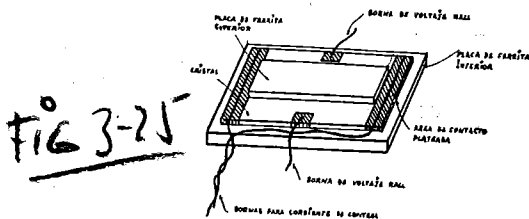


Fig. 2.—Cápsula preparada con placas de ferrita.

[5] se puede transformar, combinando [2] y [5], en:

$$V_H = \omega \cdot v_x \cdot B_z \quad [6]$$

$v_x$  es la velocidad de los portadores, que depende del campo  $E_x$  aplicado y de las dimensiones transversales de la pastilla:

$$\omega \cdot v_x = R_H \cdot \frac{I}{t} ; v_x = R_H \cdot \frac{I}{\omega \cdot t} \quad [7]$$

Por otra parte,  $R_H$  es proporcional a la movilidad de los portadores y a la resistividad del material [1]:

$$R_H = K_1 \cdot \mu_n \cdot \rho \quad [8]$$

En principio, pues, la constante de Hall no depende más que de los siguientes factores físicos:

- de la materia que constituye el cristal.
- de su cantidad de impurezas.
- De las dimensiones del mismo.

En general, lo ideal es escoger un elemento cuyo coeficiente de Hall sea lo más alto posible con objeto de obtener una tensión de Hall estimable, pero a veces pueden otros factores aconsejar la elección de otro elemento o del mismo, distintamente "dopado".

En la tabla II [3] se ve, por ejemplo, que un germanio de coeficiente de Hall 87.000 es superior a un germanio de 21.000 desde el punto de vista de la sensibilidad, pero no lo es desde el punto de vista de variación con la temperatura, ya que varía 13 veces más. Puede decirse que a mayor  $R_H$  corresponde una mayor variación con la temperatura, para un material dado. Los elementos más estables con la temperatura son aquellos cuya banda prohibida es muy ancha (Si, AsGa) pero, como puede verse por la misma tabla, tienen la menor cte de Hall. Parece que pudiera compensarse la disminución de  $R_H$  formando una cápsula más fina, pero esto sólo dentro de ciertos límites, debido a las exigencias del circuito magnético.

Existen otros compromisos que hay que resolver en cada caso y que dependen la mayor parte de las veces de la utilización que se pretenda dar a la cápsula. El principio del efecto Hall se aplica a la fabricación de amplificadores, moduladores (chopper), magnetómetros de precisión, fasímetros, analizadores de espectro de frecuencias, circuladores, inclinómetros para prospección, multiplicadores, reguladores de campo magnético, Watímetros. Se basa esta amplia gama de utilidades en las siguientes posibilidades de variación:

## SEPARATA II

- 1.<sup>a</sup> Control de tensión de Hall por variación simultánea de  $B_z$  e  $I$ .
- 2.<sup>a</sup> Control de tensión de Hall por variación de  $B_z$ .
- 3.<sup>a</sup> Control de tensión de Hall por variación de  $I$ .

Una vez fijadas las magnitudes que pudiéramos llamar internas, queda la variación de la cte con las condiciones exteriores. Ya se ha visto la importancia que puede tener la temperatura. También la cte puede variar con la intensidad de inducción magnética, como ilustra la figura 3 [4]. Para un margen hasta 50 kilogauss podría trabajarse con el InSb, que tiene una cte elevada, pero cuando haya que operar con campos superiores, no habrá más remedio que conformarse con InAs, que apenas varía con la inducción.

El mismo campo eléctrico  $E_x$  aplicado a la cápsula para producir el movimiento de los portadores tiene influencia sobre la cte de Hall [5], lo que puede verse

TABLA II

SUSTANCIA	Resistividad $\Omega \cdot \text{cm}$	MOVILIDAD $(\text{cm}^2) \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{volt}^{-1}$	COEF. HALL $\text{cm}^3 \cdot \text{A}^{-1} \cdot \text{S}^{-1}$	D. D. P. Máxima variando como $R_H \cdot \mu_n$	$\frac{1}{R_H} \cdot \frac{dR_H}{dT}$ % por $^{\circ}\text{C}$
Metales . . . . .	$1 \text{ a } 10 \cdot 10^{-6}$	$10 \text{ a } 100$	$5 \text{ a } 100 \cdot 10^{-8}$	$10^{-2} \text{ a } 10^{-1}$	—
BiSmuto . . . . .	$1,8 \cdot 10^{-8}$	5000	$5 \text{ a } 10$	160 a 220	0,4
Germanio tipo N . . . . .	1	3500	4250	3900	$5 \cdot 10^{-3}$
» . . . . .	5	3600	21000	8700	0,3
» . . . . .	25	3600	87.000	17000	4
Silicio (N) . . . . .	1	1200	1420	1300	DESPRECIABLE
» . . . . .	4	1200	7100	2900	»
Arsenuro de Indio tipo N . . . . .	$5 \cdot 10^{-3}$	23000	115	1500	$6 \cdot 10^{-3}$
» . . . . .	$2 \cdot 10^{-2}$	28000	570	4000	0,15
» . . . . .	$1 \cdot 10^{-1}$	35000	3700	11000	3
InSb intrínseco . . . . .	$8 \cdot 10^{-3}$	65000	380	4900	2
InSb tipo N . . . . .	$3 \cdot 10^{-4}$	60000	21	1100	0,1
In P . . . . .	0,5	$3,4 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^{-2}$	1300	DEBIL
AsGa tipo N . . . . .	0,1	$8 \cdot 10^3$	800	2500	DESPRECIABLE

— Representa el signo de multiplicación

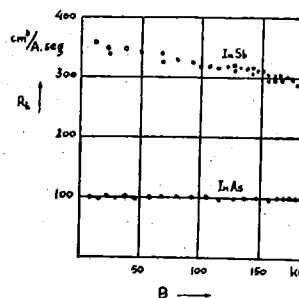


Fig. 3.—Variación del coeficiente de Hall con la inducción magnética.

en la figura 4, si se tiene en cuenta (7). La recta de puntos es una corrección establecida posteriormente [6]. Se llega a un punto en que la velocidad es constante y máxima, independientemente del campo aplicado. Es la velocidad límite, que se corresponde, según la expresión (6) con una tensión de Hall máxima. Hay dos zonas perfectamente definidas. La primera puede servir para un multiplicador, la segunda para realizar un magnetómetro. La figura no aporta datos sobre las resistividades del material. Y ahora, creo que es conveniente, antes de hablar de cualquier dispositivo que lleve incorporada una cápsula Hall, presentar ésta de una forma más rea-

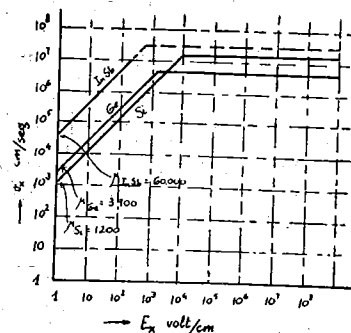


Fig. 4.—Variación de la velocidad de los portadores con el campo eléctrico de control.

lista. Hasta ahora nuestro generador Hall era algo aislado. Pero en la realidad siempre formará parte de un circuito y para diseñar este circuito debemos saber cómo se comportará la cápsula. No basta ya con conocer el valor de tensión Hall definido por (5), porque ésta es la tensión en vacío, cuando no hay carga de utilización y por tanto no hay corriente.

### SEPARATA III

La cápsula es un cuadripolo con entrada para la intensidad de control y salida para la tensión y corriente de Hall. Existe, además y de ahí la gran ventaja, un agente exterior, la inducción magnética, que gobierna directamente la matriz representativa del cuadripolo.

La ecuación matricial del cuadripolo, en su forma de impedancias [13], puede ser ésta:

$$\begin{pmatrix} V_c \\ V_h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{10}(B) & -K_o \cdot B \\ K_o \cdot B & R_{20}(B) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_h \\ i_c \end{pmatrix} \quad (9)$$

Se ha cambiado ligeramente la notación, afectando a tensiones y corrientes de subíndices indicativos de control y Hall respectivamente.

Es fácil comprobar que, en circuito abierto, la tensión a la salida sigue siendo la misma definida en (5).

—  $K_o$  es la sensibilidad; considera al tiempo la cte de Hall y la dimensión importante de la cápsula.

—  $R_{10}$  Resistencia interna de entrada con circuito abierto, para  $B = 0$ .

—  $R_{20}$  Resistencia interna de salida con circuito abierto, para  $B = 0$ .

Estos valores vienen dados en las características por el fabricante.

El factor  $Z_{12} = -K_o \cdot B$  representa el efecto Hall producido por la corriente  $i_h$  y que afecta precisamente a la tensión de entrada, creando una nueva tensión Hall que tiende a oponerse a aquella.

En cuanto a  $R_{10}$  y  $R_{20}$  dependen siempre de la inducción magnética. Es lo que se llama efecto de magnetorresistencia [2]. Afortunadamente es una dependencia casi lineal, que se puede expresar gráficamente y numéricamente.

$$\begin{aligned} R_{10}(B) &= R_{10}(0) + \alpha \cdot B^m \\ R_{20}(B) &= R_{20}(0) + \alpha \cdot B^m \end{aligned} \quad (10)$$

$\alpha$  es una constante que depende del cuadrado de la movilidad de los portadores.

$m$  toma un valor menor que 2 (aproximadamente 1,6) para cápsulas de sección rectangular. Vale 2 para cápsulas configuradas en forma de disco.

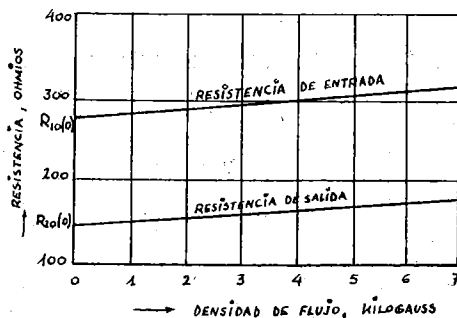


Fig. 5.—Magnetorresistencia del generador Hall. Material: antimonio de indio; relación  $l/w = 4$ ; sensibilidad: 0,2 volt/amp. Kgauss.

En la figura 5 puede verse la variación, prácticamente lineal, de las resistencias internas de una cápsula rectangular de antimonio de indio.

#### Multiplicador.

Si suponemos  $R_h$  perfectamente cte, la expresión (5) puede simplificarse en:

$$V_h = K_o I \cdot B_z \quad (11)$$

Esta cápsula, en la cual puede recogerse esta tensión, es el multiplicador. En las caras a y b se recoge una tensión proporcional al producto de dos cantidades  $B_z$  e  $I$ . Si el campo magnético  $B_z$  está producido por una corriente  $I'$  (una bobina, por ejemplo), la tensión  $V_{ab}$  es proporcional al producto de dos corrientes  $I$  e  $I'$ , o lo que es igual, de dos tensiones. Es un multiplicador analógico, que sirve para realizar el producto de dos magnitudes físicas cualesquiera transformadas o asimiladas a tensiones eléctricas. Como es sabido, todo ope-

rador analógico, ya sea mecánico, eléctrico, electrónico o una combinación de los anteriores, realiza sus operaciones, no con las magnitudes reales, sino con otras magnitudes análogas. La analogía puede ser de varios

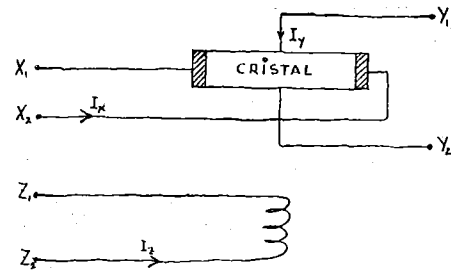


Fig. 6.—Esquema de principio de un multiplicador de efecto Hall.

tipos. El caso más corriente es el de manejar tensiones o corrientes eléctricas de la misma amplitud, frecuencia y fase que las de aquellos fenómenos que han planteado la operación.

Ya en 1954 se hablaba de multiplicadores de efecto Hall [7] y [8]. Quizá antes, pero estos son los primeros datos que han llegado a mí.

Un multiplicador debe llevar además circuitos eléctricos, amplificadores, potenciómetros, escalas, etc..., que lo hacen utilizable en la práctica y le dan sensibilidad, al tiempo que le añaden dificultades y errores. Hay que tener en cuenta, sobre las posibles perturbaciones en la cápsula, los errores debidos a las propias medidas de tensión, a los efectos de la temperatura sobre los puentes de medida, al circuito magnético (acoplamiento mutuo, histéresis, flujo residual...) [2].

La casa Blackburn ha fabricado un multiplicador de efecto Hall, que puede admitir en sus dos entradas amplitudes de  $\pm 100$  milivoltios en continua y en corriente alterna hasta varios cientos de ciclos. La salida puede llegar hasta  $\pm 10$  voltios sobre una carga mínima de  $10 K\Omega$ , con un ruido máximo de 10 mV. El cristal es de arseniuro de indio.

$I_x$  es la corriente que atraviesa el cristal,  $I_z$  la corriente magnetizante;  $Y_1$  e  $Y_2$  son las bornas de salida. El bloque de cristal se encuentra situado en el entrehierro de una bobina de núcleo de ferroxcube y el conjunto va cerrado en una caja de aluminio. Todo ello va dentro de una estufa, que mantiene la temperatura del cristal a  $50^\circ C \pm 0,1^\circ C$ , con objeto de evitar la variación de  $K$ . La estufa viene alimentada con corriente alterna de 50 c/s y hay un termostato que se cierra cuando la variación de temperatura es mayor de la estipulada.

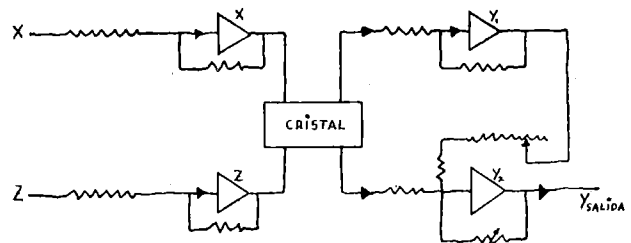


Fig. 7.—Multiplicador Blackburn tipo BIE 294.

La corriente  $I_x$  está suministrada por el amplificador de entrada X y la corriente magnetizable por el amplificador Z. Las dos bornas de salida del cristal están unidas respectivamente a las bornas de entrada de los amplificadores  $Y_1$  e  $Y_2$ . La salida de  $Y_1$  (ganancia  $-1$ ) está conectada a la entrada de  $Y_2$  y la salida de éste a la borna de salida del multiplicador.

El aparato es de un delicado ajuste.

He tenido ocasión de probar uno de estos aparatos [9], efectuando la multiplicación de dos señales senoidales de la misma frecuencia y fase.

$$A \cos wt \cdot A \cos wt = \frac{A^2}{2} (1 - \cos 2wt)$$

Comparando la señal de salida con una de las señales iguales de entrada en un oscilógrafo de doble vía, se obtenía una componente continua con otra superpuesta alternativa pura de la misma amplitud que la continua y frecuencia doble que la señal de entrada.

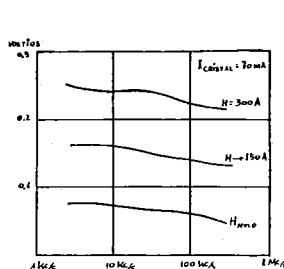


Fig. 8.—Tensión de Hall en función de la frecuencia de la corriente de control. Cápsula Siemens FA 21.

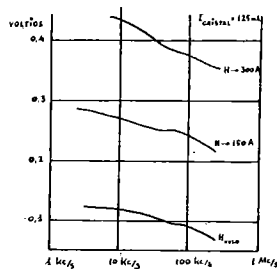


Fig. 9.—Tensión de Hall en función de la frecuencia de la corriente en el cristal o de control. Cápsula Siemens FA 21.

Si se multiplicaban dos señales senoidales de una tensión de 100 mV., máxima admisible según las especificaciones, se podían recoger resultados correctos hasta unos 200 c/s.

Al disminuir la amplitud de las señales de entrada, aumentaba considerablemente el margen útil de frecuencias y, para señales aún de un buen nivel, podía operarse con toda exactitud incluso hasta los 600 c/s. Todo estaba de acuerdo con las normas del aparato.

Los resultados, en cuanto a frecuencia, parecen pobres. Teóricamente la frecuencia de funcionamiento de una cápsula sólo viene limitada por el tiempo de respuesta de los portadores y puede ser incluso del orden de megaciclos [2]. Se pueden realizar con ella megnetómetros para medir campos muy rápidos [3]. En la práctica viene limitada por las capacidades propias de la pastilla y del circuito excitador, por las dificultades del circuito magnético (material empleado en el núcleo, capacidades entre hilos del devanado, entre devanado y núcleo, entre núcleo y pastilla, histéresis), etc... La utilización de chapas de ferrita o de polvo de hierro permite obtener mayor ancho de banda, con la desventaja comparativa de una menor sensibilidad, ya que la ferrita se satura rápidamente [10].

La experiencia demuestra efectivamente que se obtienen anchos de banda del orden de algunos kilociclos, por ahora [10].

Si nos ceñimos exclusivamente a la respuesta de la cápsula, se puede ver por las figuras 8 y 9 que, fijando las amplitudes de corriente en el cristal y variando su frecuencia, se obtienen tensiones de Hall que disminuyen a medida que crece la frecuencia y rápidamente además. [11]. Explican estas curvas también cómo señales cada vez más fuertes, tanto en corrientes de cristal como en campos magnéticos, la respuesta es progresivamente menos plana. Estas curvas no corresponden a la pastilla del multiplicador Blackburn, pero explican sus resultados.

Los multiplicadores de efecto Hall no están completamente resueltos debido a que su juego se basa en la manipulación de dos magnitudes o datos, los cuales introducen error simultáneamente. Es por esto por lo que se puede decir quizá que no hay materiales idóneos para aplicación a la resolución de multiplicadores de grandes resultados [10].

Las cápsulas de efecto Hall, como cualquier nuevo elemento no muy conocido, presentan inconvenientes y dificultades. Las mismas que presentaban las válvulas, los transistores o los elementos pasivos (resistencias, capacidades...) en sus principios y que presentan aún, como fuentes de error, cuando se trata de diseñar

con ellos un dispositivo de precisión y sensibilidad. Hay que hacer correcciones, estabilizaciones, ajustes y los circuitos se complican extraordinariamente. Esto y no otra cosa es lo que ocurre con el efecto Hall.

## Referencias:

- [1] *Fundamentals of Electron Devices*.—Karl R. Spangenberg. McGraw-Hill. 1957. Págs. 101-104.
- [2] *Stabilization of the Hall-Effect Multiplier*.—Held and Silverman. Solid State Design. N.º 10. Octubre 1963. Páginas 17-22.
- [3] *Magnétomètre de Précision à Effet Hall*.—Devlin, Koch et Lambert. Colloque International sur les dispositifs à semiconducteurs, Paris, 1961.
- [4] *Hall-Konstante und Elektronenbeweglichkeit von InSb, InAs und In(AsO8PO2) bei hohen Magnetfeldern*.—Braunreuther, Kuhrt und Lippmann. Zeitschrift für Naturforschung. Septiembre 1960. Cuaderno 9. Págs. 795-799.
- [5] *Hall Effect in high electric Fields*.—J. F. Gibbons. P. I. R. E. Vol. 47. Enero 1959. Pág. 102.
- [6] *Hall Effect in high electric Fields*.—Glksmann and Steele. P. I. R. E. Octubre 1959. Pág. 1781.
- [7] *Eigenschaften der Hallgeneratoren*.—F. Kuhrt. Siemens Zeitschrift. Vol. 28, 1954. Pág. 370.
- [8] *Anwendung von Hallgeneratoren*.—Walter Hartel. Siemens Zeitschrift. Vol. 28. Septiembre 1954. Págs. 376-384.
- [9] Laboratorios del Servicio de Electrónica del Centro de Estudios Nucleares de Grenoble.
- [10] *Hall-Effect Multipliers*.—Scarga, Hilbinger and Barrack. Separata de "Electronics". Julio 1960.
- [11] *Sondes à Effet Hall*.—E. Consigny. Colloque International sur les dispositifs à semiconducteurs, Paris, 1961.
- [12] *Siemens Taschenbuch*, 1962-63.
- [13] *Developing the Hall Generator Equivalent Circuit*.—J. W. Motto, Jr. Tunnel-Diode and Semiconductor Circuits. McGraw-Hill. 1963. Págs. 188-190.